

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ АКУСТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ С ОСЦИЛЛЯТОРОМ

Т.Д. Гасанова⁽¹⁾, Д.Н. Имамалиева⁽²⁾

⁽¹⁾ к.т.н., доцент каф. Испытание и сейсмостойкость сооружений, Азербайджанский Архитектурно-Строительный Университет, Азербайджан, Баку, atika2014@rambler.ru

⁽²⁾ к.т.н., доцент каф. Испытание и сейсмостойкость сооружений, Азербайджанский Архитектурно-Строительный Университет, Азербайджан, Баку, ncamila@rambler.ru

Аннотация: В данной работе исследуется решение задачи об осцилляторе, движущемся в сжимаемой среде после прохождения сейсмической волны.

Изучение совместного движения сплошной среды с дискретными системами имеет большое практическое значение. Например, в показания датчиков измерительных устройств волновых процессов вносятся помехи от их собственных колебаний, или сооружения, при их взаимодействии с сейсмическими волнами, могут рассматриваться как дискретные системы.

INTERACTION OF THE ACOUSTIC WAVE WITH THE OSCILLATOR

T.J. Hasanova⁽¹⁾, J.N. Imamaliyeva⁽²⁾

⁽¹⁾ Azerbaijan, Baku, Department "Testing and Seismic Stability of Constructions", Azerbaijan Architecture and Construction University, atika2014@rambler.ru

⁽²⁾ Azerbaijan, Baku, Department "Testing and Seismic Stability of Constructions", Azerbaijan Architecture and Construction University, ncamila@rambler.ru

Abstract: The solution of a task on the oscillator moving in the squeezed medium after passing of a seismic wave is investigated in present work.

Studying of the joint movement of the continuous environment with discrete systems has great practical value. For example, hindrances from their free oscillation or constructions are brought in indications of sensors of measuring devices of wave processes, at their interaction with seismic waves, can be considered as discrete systems.

АКУСТИКАЛЫК ТОЛКУНДУН ОСЦИЛЛЯТОР МЕНЕН ӨЗ АРА АРАКЕТТЕНУҮСҮ

Т.Д. Гасанова⁽¹⁾, Д.Н. Имамалиева⁽²⁾

⁽¹⁾ т.и.к., Сыноо жана курулмалардын сейсмотуруктуулугу каф. доценти Азербайджан Архитектуралык-Курулуш Университети, Азербайджан, Баку, atika2014@rambler.ru

⁽²⁾ т.и.к., Сыноо жана курулмалардын сейсмотуруктуулугу каф. доценти Азербайджан Архитектуралык-Курулуш Университети, Азербайджан, Баку, ncamila@rambler.ru

Аннотация: Бул иште сейсмикалык толкун өтүп кеткенден кийин кысылгын чөйрөдө кыймылдап жүргөн осциллятор тууралуу маселенин чечилиши изилденет.

Туташ чөйрөнүн дискреттик тутум менен бирге кыймылын иликтөө зор практикалык мааниге ээ. Маселен, толкун процесстерди ченөөчү түзүлүштөрүнүн датчиктеринин көрсөткүчтөрүнө алардын өздөрүнүн же курулмалардын термелүүлөрү тоскоол болот,

ВЕСТНИК МЕЖДУНАРОДНОЙ АССОЦИАЦИИ ЭКСПЕРТОВ ПО
СЕЙСМОСТОЙКОМУ СТРОИТЕЛЬСТВУ

алардын сейсмикалык толкундар менен өз ара аракеттенүүсү дискреттик тутум катары каралышы мүмкүн.

Рассматривается задача о круглом включении с подпружинной массой, движущееся в сжимаемой среде после прохождения волны.

Безвихревое движение среды в акустической постановке описывается уравнением:

$$\Delta\varphi = \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} \quad (1)$$

После прохождения волны, если пренебречь переходными явлениями (дифракцией), неподвижное, в начальный момент, включение оказывается окруженным средой, движущейся в одном направлении с известной скоростью.

Согласно принципу относительности можно рассматривать среду неподвижной, а включению придать скорость жидкости.

Включение движется по закону:

$$\begin{aligned} M_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} &= P + L(x_2 - x_1) \\ M_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} &= -L(x_2 - x_1) \end{aligned} \quad (2)$$

где:

M_1 - масса обоймы;

M_2 - масса подпружинного тела;

x_1 - перемещение обоймы;

x_2 - перемещение подпружинного тела;

L - жесткость пружины;

P - сила воздействия жидкости на включение.

Для круглого включения радиуса r_0 :

$$P = r_0 \int_0^{2\pi} p \cos \theta_0 d\theta_0 \quad (3)$$

где: $p = -\rho \frac{\partial \varphi}{\partial t}$

ρ - плотность;

θ_0 - полярный угол.

Скорость обоймы $\frac{dx_1}{dt}$ можно выразить через радиальную \mathfrak{V}_r и окружную \mathfrak{V}_θ составляющие скорости жидкости на границе жидкости с обоймой. Последние связаны

ВЕСТНИК МЕЖДУНАРОДНОЙ АССОЦИАЦИИ ЭКСПЕРТОВ ПО
СЕЙСМОСТОЙКОМУ СТРОИТЕЛЬСТВУ

с потенциалом:

$$\vartheta_r = \frac{\partial \varphi}{\partial r} \quad (4)$$

$$\vartheta_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta_0}$$

В то же время:

$$\vartheta_r = \vartheta_x \cos \theta_0 \quad (5)$$

где:

$$\vartheta_x = \frac{dx_1}{dt}$$

Из соотношений (4) и (5) следует:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial r} = \frac{dx_1}{dt} \cos \theta_0 \quad (6)$$

Условие (6) выражает равенство нормальных к поверхности обоймы составленных скоростей жидкости и обоймы.

Очевидно, касательные составляющие скоростей не будут совпадать. Принимая во внимание, что касательная составляющая скорости жидкости $\vartheta_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta_0}$, а

включения $\frac{dx_1}{dt} \sin \theta$, можно найти скорость проскальзывания жидкости на

поверхности включения:

$$\frac{dx_1}{dt} \sin \theta_0 - \vartheta_\theta = \frac{\sin \theta_0}{\cos \theta_0} \frac{\partial \varphi}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta_0} = \operatorname{tg} \theta_0 \frac{\partial \varphi}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta_0} \quad (7)$$

Итак, рассматривается задача для уравнения (1) с граничными условиями (2), с учетом (3) и (6) и начальными условиями $t=0$, $\varphi=0$, $\frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0$.

Решение ищется в виде:

$$\varphi(r, \theta_0, t) = \varphi_1(r, t) \cdot \cos \theta_0 \quad (8)$$

Учитывая, что оператор Лапласа в цилиндрических координатах имеет вид

$$\Delta \varphi = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} \quad (8)$$

уравнение (1) с учетом этого и (8) примет вид.

$$\frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi_1}{\partial r} - \frac{\varphi_1}{r^2} = \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial t^2} \quad (9)$$

После преобразования Лапласа-Карсона уравнение (9) в изображениях будет

$$\bar{\varphi}_1'' + \frac{1}{r} \bar{\varphi}_1' - \frac{1}{r^2} \bar{\varphi}_1 = \frac{P^2}{a^2} \bar{\varphi}_1 \quad (10)$$

Решение уравнения (10) при условии ограниченности на бесконечности есть:

$$\bar{\varphi}_1 = CK_1\left(\frac{Pr}{a}\right) \quad (11)$$

где: K_1 - функция Макдональда первого порядка с известным оригиналом, т.е.

$$K_1\left(\frac{Pr}{a}\right) \rightarrow \begin{cases} 0 & \text{при } 0 \leq t \leq \frac{r}{a} \\ \frac{\sqrt{a^2 t^2 - r^2}}{r} & \text{при } t \geq \frac{r}{a} \end{cases} \quad (12)$$

Далее определяем силу P из соотношения (2) при помощи (3). Учитывая представленное выражение для φ_1 из (8), т.е. при $\varphi(r, \theta_0, t) = \varphi_1(r, t) \cdot \cos \theta_0$, то

$$p = -\rho \frac{\partial \varphi}{\partial t} = -\rho \frac{\partial \varphi_1}{\partial t} \cos \theta_0$$

Из соотношения (3) определяем, что

$$P = r_0 \int_0^{2\pi} p \cos \theta_0 d\theta_0 = -r_0 \rho \frac{\partial \varphi_1}{\partial t} \int_0^{2\pi} \cos^2 \theta_0 \cdot d\theta_0 = -\rho r_0 \pi \frac{\partial \varphi_1}{\partial t} \quad (13)$$

Уравнения (2) с учетом соотношений (13), (6) и (8) примут вид:

$$M_1 \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial r \partial t} + \rho r_0 \pi \frac{\partial \varphi}{\partial t} = L(x_2 - x_1)$$

$$M_1 \frac{\partial^2 x_2}{\partial t^2} + L(x_2 - x_1) = 0$$

(14)

Последние после преобразования Лапласа-Карсона имеют вид:

$$PM_1 \left(\varphi_1' - \dot{x}_0 \right) + \rho r_0 \pi p \bar{\varphi}_1 = L(\bar{x}_2 - \bar{x}_1) \quad (15)$$

$$M_2 \left(p^2 \bar{x}_2 - p \dot{x}_0 \right) + L(\bar{x}_2 - \bar{x}_1) = 0$$

где: \dot{x}_0 - начальная скорость включения.

Найдя из второго уравнения в (15):

$$\bar{x}_2 = \frac{M_2 p \dot{x}_0 + L \bar{x}_1}{M_2 p^2 + L}$$

и подставив в первое, получим:

$$\left(M_1 + \frac{M_2 L}{M_2 p^2 + L} \right) \bar{\varphi}_1 + \rho r_0 \pi p \bar{\varphi}_1 = \left(M_1 + \frac{M_2 L}{M_2 p^2 + L} \right) \dot{x}_0 \text{ или } \text{принимая во}$$

внимание, что

$$\bar{\varphi}_1 = C \left(\frac{p}{a} K_0 - \frac{1}{r} K_1 \right)$$

имеем:

$$\begin{aligned} C \left[\left(M_1 + \frac{M_2 L}{M_2 p^2 + L} \right) \left(\frac{p}{a} K_0 - \frac{1}{r_0} K_1 \right) + \rho r_0 \pi K_1 \left(\frac{p r_0}{a} \right) \right] = \\ = \left(M_1 + \frac{M_2 L}{M_2 p^2 + L} \right) \dot{x}_0 \end{aligned}$$

Откуда определяется:

$$C = \frac{(M_1 M_2 p^2 + M_1 L + M_2 L) \dot{x}_0}{(M_1 M_2 p^2 + M_1 L + M_2 L) \left(\frac{p}{a} K_0 - \frac{1}{r_0} K_1 \right) + (M_2 p^2 + L) \rho r_0 \pi K_1} \quad (16)$$

Учитывая это выражение для постоянного C в решении (11) получаем:

$$\bar{\varphi}'_1 = \frac{(M_1 M_2 p^2 + M_1 L + M_2 L) \dot{x}_0 \cdot K_1}{(M_1 M_2 p^2 + M_1 L + M_2 L) \left(\frac{p}{a} K_0 - \frac{1}{r_0} K_1 \right) + (M_2 p^2 + L) \rho r_0 \pi K_1}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. *Справочник по динамике сооружений. Под ред. проф. Б.Г.Коренева, И.М.Рабиновича. М., Стройиздат, 1972.*
2. *Мамедов Ш.А., Гасанова Т.Д. Об одном методе оценки влияния волновых явлений, возникающих при ударе на материалы, конструкций и сооружения. Сборник научных трудов по механике, №4, АзИСУ, Баку*
3. *Форрестол М.Ж., Альзхеймер Б.Е. Неустановившееся движение жесткого цилиндра под действием упругих и акустических волн. Прикладная механика. Серия E, ASME, 1968, с.278-283.*

ВЕСТНИК МЕЖДУНАРОДНОЙ АССОЦИАЦИИ ЭКСПЕРТОВ ПО
СЕЙСМОСТОЙКОМУ СТРОИТЕЛЬСТВУ

4. *Кубенко В.Д., Панасюк Н.Н. Действие нестационарных волн на цилиндрические тела в сжимаемой жидкости. Прикладная механика, 1973, т.9, в.12. с.77-82.*